



# 08 επαναληπτικά θέματα

## Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΑΛΓΕΒΡΑ

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

- A)** Αν  $\alpha > 0$  με  $\alpha \neq 1$ , να αποδείξετε ότι για κάθε  $\theta > 0$  και  $\kappa \in \mathbb{R}$  ισχύει:  $\log_{\alpha} \theta^{\kappa} = \kappa \cdot \log_{\alpha} \theta$ .

#### ΜΟΝΑΔΕΣ 8

- B)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

a) Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$ .

b) Το  $\pi$  είναι λύση της εξίσωσης  $\sin x + 1 = \eta \mu 2x$ .

c) Η εξίσωση  $x^4 + 3x^2 + x + 1 = 0$  δεν έχει ακέραιες ρίζες.

d) Ισχύει  $5 = \ln e^5$ .

e) Αν  $(\alpha_v), v \in \mathbb{N}^*$  είναι μία αριθμητική πρόοδος με διαφορά  $\omega \neq 0$ , τότε ισχύει:

$\alpha_{2007} - \alpha_{2008} = \omega$ .

#### ΜΟΝΑΔΕΣ 5

- G)** Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση, δίπλα στον αριθμό κάθε ερώτησης.

1. Η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^x$  με  $\alpha > 1$  είναι :

- A. γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$   
B. σταθερή στο  $\mathbb{R}$   
C. γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$   
D. κανένα από τα προηγούμενα

2. Αν  $x > 0$  και ισχύει  $\ln \sqrt{x} = 3$ , τότε :

- A.  $x = e^4$   
B.  $x = e^6$   
C.  $x = e^3$   
D.  $x = e^9$

3. Η εξίσωση  $\eta \mu x \sin 3x + \eta \mu 3x \cos x = 4$ ,  $x \in \mathbb{R}$ :

- A. έχει λύση το  $x = 0$   
B. έχει λύση το  $x = \frac{\pi}{2}$   
C. έχει λύση το  $x = \pi$   
D. είναι αδύνατη

4. Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-1$ , τότε έχει οπωσδήποτε παράγοντα και το

- A.  $x+1$   
B.  $-x-1$   
C.  $1-x$   
D. κανένα από τα προηγούμενα.

5. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = e^x$  και  $g(x) = \ln x$  είναι συμμετρικές ως προς :
- A. τον άξονα  $y'$   
 B. την ευθεία  $y = x$   
 C. τον άξονα  $x'$   
 D. την ευθεία  $y = 2x$
6. Το πολυώνυμο  $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^3 + (\lambda^3 - 1)x^2 + (\lambda - 1)x + (\lambda^2 + \lambda - 2)$  είναι το μηδενικό πολυώνυμο, όταν το  $\lambda$  ισούται με :
- A. 1  
 B. -1  
 C. -2  
 D. κανένα από τα προηγούμενα.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 12****ΘΕΜΑ 2<sup>o</sup>**

Δίνονται τα πολυώνυμα  $P(x) = x^3 - 5x^2 + 16x - 12$  και  $F(x) = x^2 + 5x - 6$ .

- a) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = F(x)$  (1).

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

- β) Να βρείτε το διάστημα, που ανήκει το  $x$ , έτσι ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $P(x)$ , να βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

- γ) Έστω  $(\alpha_v), v \in N^*$  μία γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης (1) και λόγο λ τη μεσαία ρίζα της (1), τότε:

- i) Να υπολογίσετε την τάξη του όρου της γεωμετρικής προόδου  $\alpha_v$ , που ισούται με 192.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

- ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $\frac{\alpha_{2008}}{\alpha_{2007}} \cdot \frac{\alpha_{2005}}{\alpha_{2006}}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4****ΘΕΜΑ 3<sup>o</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\eta \mu 4x + 2\eta \mu 2x}{\sigma v x}$ , με  $x \neq \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in Z$ .

- a) Να αποδείξετε ότι:  $f(x) = 8\eta\mu x - 8\eta\mu^3 x$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

- β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 16\eta\mu x$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

- γ) Να αποδείξετε ότι, οι αριθμοί  $f(-\frac{\pi}{6})$ ,  $f(0)$ ,  $f(\frac{\pi}{6})$  με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8****ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x + \alpha - \beta)$ , όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

**A.** Αν  $\ln 6 + f(\frac{\pi}{2}) - \ln 5 = \ln \pi$ , τότε:

**a)** Να αποδείξετε ότι:  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

**b)** Να λύσετε την εξίσωση  $\eta \mu(e^{f(x)}) \cdot \sigma v(e^{f(x)}) = \frac{1}{2}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**B.** Αν η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον άξονα  $x$  στο σημείο  $A(1,0)$ , τότε:

**a)** Να αποδείξετε ότι:  $\alpha - \beta = 0$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4**

**b)** Να λύσετε την ανίσωση  $16 \cdot 2^{f(x)} < 2^{\ln(2e^4)}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8****ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**